Quelques réflexions sur la force de Coriolis

Claude Pastre – Décembre 2005

Inventée au début du XIXème siècle par Gaspard Coriolis, la force de Coriolis est une force d'inertie. C'est à dire qu'elle n'a pas l'existence d'une « vraie » force, c'est une accélération qui apparaît lorsqu'on décrit un mouvement dans un repère en rotation. Pour ma part, je préfère d'ailleurs l'appeler accélération de Coriolis plutôt que force. C'est un animal étrange, parfois proche de l'illusion, parfois dure réalité, en tous cas un concept assez difficile à maîtriser si on en juge par les erreurs d'interprétation qu'il occasionne, en particulier lorsque l'on essaye d'en expliquer les effets sans utiliser d'équations. Essayons de bien comprendre Coriolis sur quelques exemples simples.

Trajectoire sur un disque en rotation

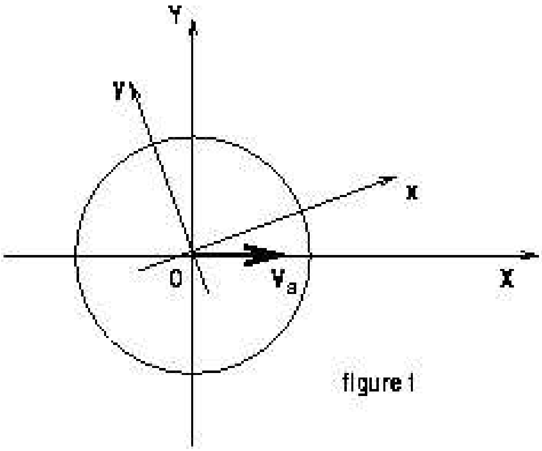

figure 1

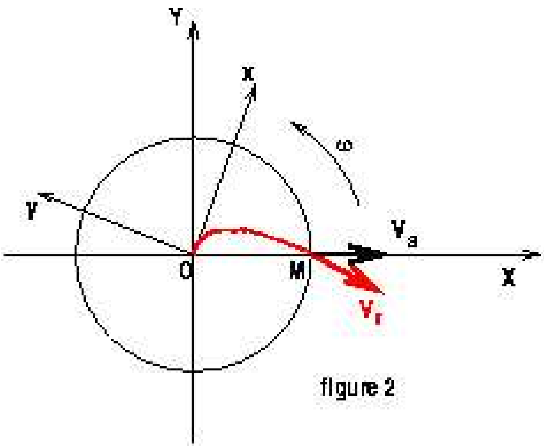

figure 2

Imaginons que nous sommes dans un espace à deux dimensions. XOY est un repère galiléen. Un mobile M parcourt l'axe OX d'un mouvement rectiligne uniforme de vitesse $\vec{V}_a$. Il n'est donc soumis à aucune accélération.

Un disque centré en O porte le repère xOy. Si le disque ne tourne pas, la trajectoire de M sur le disque à partir de 0 suit un rayon jusqu'au bord du disque (figure 1).

Mettons le disque en rotation à une vitesse uniforme de ω radians.s^{-1}. La trajectoire sur disque (c'est à dire la trajectoire telle que la voit un observateur fixé au disque) sera alors une spirale (figure 2), tandis que dans le repère galiléen, la trajectoire sera toujours la droite OX.

Dans le repère du disque, la trajectoire n'est pas celle d'un mouvement rectiligne et uniforme, il faut donc une accélération pour expliquer le mouvement. C'est l'accélération de Coriolis, donnée par

$$-2\,\vec{\omega}\wedge\vec{V}_r$$

où $\vec{\omega}$ est un vecteur perpendiculaire au plan du disque de module ω et $\vec{V}_r$ est le vecteur vitesse par rapport au disque.

L'expérience du disque tournant est souvent utilisée dans les musées ou expositions scientifiques pour montrer l'effet de l'accélération de Coriolis, par exemple avec un grand plateau portant un joueur de pétanque qui manquera alors à coup sûr la cible qu'il aura visée. Le musée, porté par la Terre, n'est pas vraiment un repère galiléen, mais la vitesse de rotation de la Terre est suffisamment faible pour que l'accélération de Coriolis due à la rotation de la Terre soit négligeable à l'échelle de l'expérience.

On a coutume de dire pour expliquer l'effet de l'accélération de Coriolis dans cette expérience que « le disque tourne sous le mobile en déplacement qui est donc dévié par rapport au disque en sens inverse de la rotation ». Dans notre exemple, cette phrase est correcte. Cependant elle contient des ambiguités qui peuvent conduire à des erreurs de raisonnement. Nous verrons cela dans un autre exemple plus loin.

Mouvement dans un repère tournant d'un point qui reste fixe dans le repère galiléen

Restons dans l'espace à deux dimensions de l'exemple précédent, celui du disque qui tourne. Si nous étions dans l'espace à trois dimensions nous pourrions dire que le problème que nous allons étudier est celui d'un point fixe de la sphère céleste, une étoile, dans son mouvement par rapport à la terre en rotation.

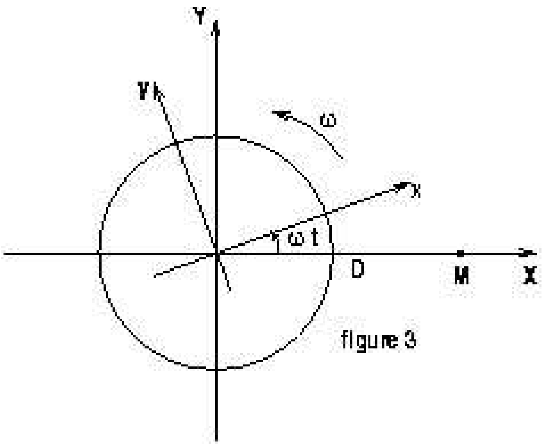

figure 3

Nous avons XOY, repère galiléen avec un point M situé à la distance D de O. Le disque portant le repère xOy tourne à la vitesse ω radians.s^{-1}. Les coordonnnées de M à l'instant t dans le repère tournant sont :

$$\overrightarrow{OM} \begin{cases} x = D\cos(\omega t) \\ y = -D\sin(\omega t) \end{cases}$$

Calculons la vitesse $\vec{V}_r$

$$\frac{dx}{dt} = -D\,\omega\,\sin(\omega t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -D\,\omega\,\cos(\omega t)$$

On remarque que cette vitesse $\vec{V}_r$ est égale à l'opposé de ce que l'on appelle la vitesse d'entrainement du solide en rotation :

$$\vec{V}_r = -\vec{\omega}\wedge\overrightarrow{OM} = -\vec{V}_e$$

Calculons l'accélération relative

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\,D\,\omega^2\cos(\omega t)$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} = \quad D\,\omega^2\sin(\omega t)$$

Il s'agit d'un vecteur porté par OX mais en sens inverse de $\overrightarrow{OM}$. Il va de M vers O et son module est $D\,\omega^2$. Comment l'interpréter ? Un petit artifice supplémentaire va nous y aider. On peut réécrire les composantes de l'accélération sous la forme :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \quad D\,\omega^2\cos(\omega t) - 2D\,\omega^2\cos(\omega t)$$
$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\,D\,\omega^2\sin(\omega t) + 2\,D\,\omega^2\sin(\omega t)$$

Tout s'éclaire !

Les premiers termes
$$D\ \omega^2 \cos(\omega t)$$
$$-D\ \omega^2 \sin(\omega t)$$

représentent $\omega^2\ \overrightarrow{OM}$, soit l'accélération d'entraînement du solide en rotation, c'est-à-dire la force centrifuge qui tend à éloigner le point du centre de rotation.

Les seconds termes
$$-2\ D\ \omega^2 \cos(\omega t)$$
$$2\ D\ \omega^2 \sin(\omega t)$$

sont les composantes du vecteur $-2\ \vec{\omega} \wedge \vec{V}_r$, c'est-à-dire l'accélération de Coriolis.
J'aime bien cet exemple car il fait ressortir le côté fictif des forces d'inertie : tandis que l'étoile contemple la scène dans son indifférente fixité, le pauvre observateur lié à sa planète en rotation, doit, pour expliquer le mouvement qu'il perçoit, « inventer » une force centriguge qui repousse l'étoile, puis une force de Coriolis qui dans ce cas particulier est opposée à la force centrifuge et de module double, ce qui permet à l'étoile non seulement de ne pas s'éloigner, mais aussi de décrire dans le repère tournant une courbe de courbure constante, c'est à dire un cercle de centre O.

On comprend mieux alors les difficultés des Anciens confrontés au mouvement apparent des corps célestes alors qu'ils n'avaient pas le bénéfice de l'enseignement de Galilée, Newton, Coriolis et autres distingués mécaniciens.

Notons aussi, sur cet exemple caricatural, mais également à propos de l'exemple précédent, à quel point le choix du repère est important lorsque l'on veut décrire un mouvement sans se compliquer la vie. Dans ces deux exemples, aucun mécanicien n'ira choisir un repère tournant pour décrire les déplacements de mobiles dont le mouvement est simple dans un repère galiléen, sauf à avoir de vraiment bonnes raisons, comme de devoir pointer un télescope terrestre vers une étoile, ou une antenne vers un satellite, par exemple.

Un satellite artificiel un peu particulier

Notre planète sera déjà un peu particulière : une sphère parfaite de rayon R à la surface parfaitement lisse, tournant à vitesse uniforme ω autour de l'axe de ses pôles (OZ dans le repère absolu, confondu avec Oz du repère relatif lié à la planète). XYZ est le repère galiléen, xyz le repère en rotation. xOy définit le plan de l'équateur de la planète.

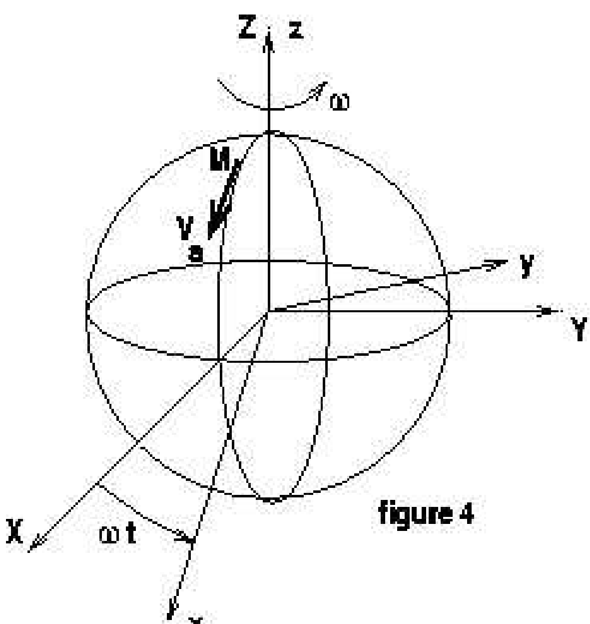

figure 4

Le mobile M se déplace d'un mouvement uniforme (module de la vitesse constant) sur un cercle dans le plan XOZ contenant l'axe des pôles. Il glisse sans aucun frottement sur la planète. Ceci veut dire qu'il reste sur le cercle contenu dans le plan XOZ, fixe dans le repère galiléen, tandis que la planète tourne.

On pourrait dire que ce mobile est une sorte de satellite artificiel de la planète (sauf que nous ne nous préoccupons pas de savoir comment il a été mis en mouvement, et si sa vitesse absolue V_a est celle qui correspond à une orbite circulaire stable de rayon R autour de la planète).

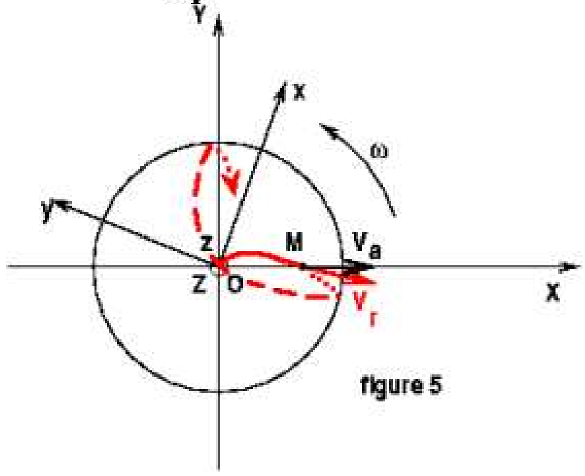

figure 5

La figure 5 présente le système en projection sur l'équateur, vu depuis l'axe au dessus du pôle Nord.

Considérons le mobile à son passage au pôle Nord. Prenons Ox confondu avec OX à cet instant, portant donc le vecteur vitesse $\vec{V}_a$ du mobile. Ce vecteur pointe vers le Sud. « La planète tourne sous le mobile, le mouvement de celui-ci va être dévié vers l'Est ». C'est vrai. C'est ce que nous indique l'accélération de Coriolis $-2\,\vec{\omega}\wedge\vec{V}_r$ dont la composante tangentielle (la composante perpendiculaire se confond avec le champ de gravité) à la planète est dirigée vers la droite de la trajectoire, l'Est en la circonstance, tant que le mobile est dans l'hémisphère Nord. Au fur et à mesure que M descend vers l'Equateur, sa trajectoire sur la planète continue de s'incurver vers l'Est, mais de moins en moins vite. La composante tangentielle de l'accélération de Coriolis diminue en effet comme le sinus de la latitude et s'annule à l'équateur, ce qui n'empêche pas le mouvement du mobile d'avoir encore à cet endroit une composante vers l'Est. Sur la figure 5, le point M décrit un va-et-vient sur l'axe OX entre les deux extrémités du diamètre. La courbe rouge continue représente la trajectoire sur la planète qui a tourné de ωt depuis l'instant initial (les pointillés marquent la trajectoire future dans l'hémisphère Nord et les tiretés la future trajectoire cachée dans l'hémisphère Sud).

On peut comprendre maintenant où se trouvait l'ambiguité de la phrase utilisée plus haut (« la planète tourne sous lui, son mouvement va donc être dévié vers l'Est ») : à l'Equateur, cette phrase n'a pas de sens. A l'Equateur, on peut certes encore dire d'une certaine manière que la Terre tourne, mais pas autour de la verticale locale du mobile. En revanche, la Terre se déplace sous le mobile. C'est d'ailleurs à l'Equateur que la vitesse relative du satellite a sa plus forte composante vers l'Est bien que l'accélération tangentielle de Coriolis soit nulle (cette composante vers l'Est est l'opposée de la vitesse d'entraînement, variant comme le cosinus de la latitude).

Lorsque le mobile continue vers le pôle Sud, sa vitesse continue à avoir une composante vers l'Est, mais sa trajectoire se courbe dans l'autre sens, vers l'Ouest , l'accélération de Coriolis ayant changé de signe et se remettant à croître en valeur absolue. Tout au long de la trajectoire, la vitesse du mobile par rapport à la planète n'aura jamais de composante vers l'Ouest, la vitesse d'entraînement étant toujours dans le même sens, aussi bien dans l'hémisphère Sud où l'accélération de Coriolis change de sens.

Retenons donc de cet exemple qu'il faut être prudent avec le langage lorsqu'il s'agit de décrire sans équations les effets de l'accélération de Coriolis. Il faut d'une part identifier avec soin la rotation dont on parle : il s'agit de la rotation locale, d'axe perpendiculaire à la vitesse relative du mobile. Il faut d'autre part éviter de parler de direction du mouvement et se concentrer sur la courbure de la trajectoire (c'est-à-dire le changement de direction).

Attention !

Dans tout ce qui précède, j'ai peut-être trop insisté sur le caractère « fictif » des forces d'inertie. Il ne faudrait pas en conclure que ces forces n'ont pas d'effet réel. Certes les exemples choisis plus haut pourraient le laisser croire, mais il s'agit d'exemples un peu caricaturaux. Ce sont des mouvements simples dans un repère galiléen, indépendants du repère en mouvement où on veut les décrire. La situation est différente quand il s'agit de mouvements relatifs dans un repère en mouvement : dans une voiture roulant à 130 km/h sur l'autoroute, si le conducteur donne un coup de frein brutal, la force d'inertie, pour fictive qu'elle soit, vous écrasera contre le pare-brise si vous n'avez pas attaché votre ceinture ! Et pour revenir à notre sujet, c'est bien l'accélération de Coriolis qui fait tourner le vent autour des basses pressions dans le sens positif dans l'hémisphère Nord et dans le sens négatif dans l'hémisphère Sud.

Une question subsidiaire pour vérifier vos connaissances

Vous êtes sur la Terre à Paris, devant un puits très profond. Le puits est parfaitement cylindrique et parfaitement vertical. Dans l'axe du puits, vous lâchez une bille de métal dense en veillant à ne lui donner aucune impulsion latérale. Que va-t-il se passer ? Choisissez parmi les réponses ci-dessous :

a) soumise uniquement à la gravité, la bille tombe suivant la verticale ; la Terre qui tourne d'Ouest en Est la rattrape ; pour l'observateur elle est donc déviée vers l'Ouest

b) la bille tourne à la même vitesse que la surface de la Terre ; elle descend vers des couches qui tournent de moins en moins vite par rapport à l'axe de rotation de la Terre ; c'est donc la bille qui rattrape la Terre ; l'observateur la voit être déviée vers l'Est

c) ni la réponse a) ni la réponse b) ne sont correctes ; la bonne réponse est ...

Annexe

Réponse à la question subsidiaire :

La présentation des réponses était délibérément quelque peu piègeuse.

La réponse b) est correcte. C'est une transcription en langage courant du théorème de conservation du moment cinétique, autre façon de décrire les mouvements tournants. La conservation du moment cinétique est d'ailleurs un concept plus facile à maîtriser que l'accélération de Coriolis. On peut dans le cas de cette bille, faire l'analogie avec le patineur qui accélère son mouvement de toupie en rapprochant bras et jambes de l'axe de son corps.

Cependant, on peut aussi traiter le problème en termes de trajectoire et d'accélération : le vecteur vitesse initiale de la bille pointe vers l'axe de la Terre, l'accélération de Coriolis $-2\,\vec{\omega}\wedge\vec{V}_r$ est un vecteur perpendiculaire au plan formé par l'axe des pôles et la verticale du lieu et dirigé vers l'Est.

Si la résistance de l'air est négligeable, le calcul indique un décalage vers l'Est de 14,4 mm pour une chute de 100m. Evidemment, lorsque la vitesse de chute prend une composante vers l'Est, elle donne naissance à une accélération de Coriolis qui s'efforce de faire pointer la vitesse vers le Sud, mais cet effet secondaire est totalement négligeable.